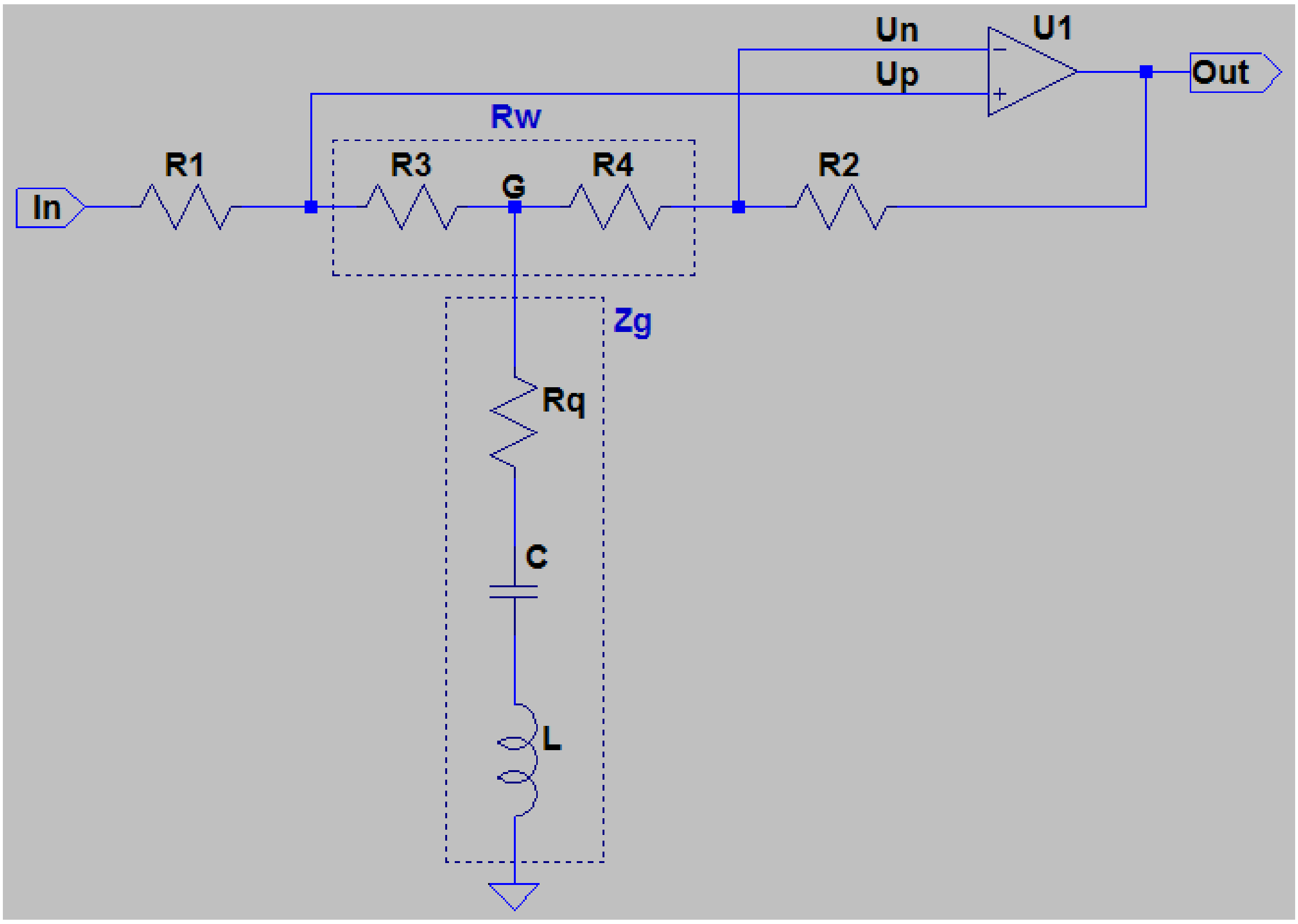
restart

Parametrisen EQ:n siirtofunktio

Analysoitava kytkentä

Perinteinen parametrinen EQ voidaan toteuttaa vaikkapa seuraavasti:



R3 ja R4 korvataan yleensä potikalla, siten että piste G tulee potikan liukuun. Taajuusominaisuudet määräävä impedanssi Zg toteutetaan yleensä käytännön syistä gyraattorin ja konkan sarjaankytkennällä. Tämä siksi, että tarvittavien isojen kelojen käyttäminen on hankalaa.

Alkuhommelit

Aluksi määritellään pari apufunktiota, vastusten rinnankytkennälle sekä jännitteenjaolle lausekkeenmuodostusta helpottamaan.

$$Rpar2 := (R1, R2) \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}}$$

$$(R1, R2) \rightarrow \frac{1}{\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2}} \tag{2.1}$$

$$Udiv := (Ru, Rd) \rightarrow \frac{Rd}{Ru + Rd}$$

$$(Ru, Rd) \rightarrow \frac{Rd}{Ru + Rd} \tag{2.2}$$

Positiivisen inputin jänniteyhtälö

Ug tässä tarkasteltuna outputista katsottuna:

$$Ug := Uo \cdot Udiv(R2 + R4, Zg)$$

$$\frac{Uo\, Zg}{R2 + R4 + Zg} \tag{3.1}$$

Ratkaistaan Up superponoimalla.

$$Up := Ui \cdot (Udiv(R1, R3 + Rpar2(Zg, R4 + R2))) + Ug \cdot Udiv(Rpar2(R4 + R2, Zg) + R3, R1)$$

$$\frac{Ui \left(R3 + \frac{1}{\frac{1}{Zg} + \frac{1}{R2 + R4}}\right)}{R1 + R3 + \frac{1}{\frac{1}{Zg} + \frac{1}{R2 + R4}}} + \frac{Uo\, Zg\, R1}{(R2 + R4 + Zg)\left(R1 + R3 + \frac{1}{\frac{1}{Zg} + \frac{1}{R2 + R4}}\right)} \tag{3.2}$$

Negatiivisen inputin jänniteyhtälö

Tässä sama juttu muuten kuin positiivisen inputin kanssa, mutta Ug on nyt inputista päin katsottuna.

$$Ug := Ui \cdot Udiv(R1 + R3, Zg)$$

$$\frac{Ui\, Zg}{R1 + R3 + Zg} \tag{4.1}$$

$$Un := Ug \cdot Udiv(R4 + Rpar2(Zg, R1 + R3), R2) + Uo \cdot Udiv(R2, R4 + Rpar2(Zg, R1 + R3))$$

$$\frac{Ui\, Zg\, R2}{(R1 + R3 + Zg)\left(R4 + \frac{1}{\frac{1}{Zg} + \frac{1}{R1 + R3}} + R2\right)} + \frac{Uo \left(R4 + \frac{1}{\frac{1}{Zg} + \frac{1}{R1 + R3}}\right)}{R4 + \frac{1}{\frac{1}{Zg} + \frac{1}{R1 + R3}} + R2} \tag{4.2}$$

Supistetaan vastusrepertuaaria

Merkataan R1 ja R2 samaksi arvoksi Ra. Tämä tarkoittaa sitä, että vaimennus ja vahvistus ovat desibeleinä ilmaistuna itseisarvoltaan samansuuruiset.

$R1 := Ra$

$$Ra \tag{5.1}$$

$R2 := Ra$

$$Ra \tag{5.2}$$

Merkataan R3 ja R4 yhden arvon Rw ja dimensiomattoman luvun w avulla, w on väliltä 0 ja 1:

$R3 := w \cdot Rw$

$$w\, Rw \tag{5.3}$$

$R4 := (1 - w) \cdot Rw$

$$(1 - w)\, Rw \tag{5.4}$$

Muuttuja w saa arvon 1, kun kytkentä antaa maksimivahvistuksen ja arvon 0 maksimivaimennuksella. w kuvaa siis potikan asentoa lineaarisesti.

Taajuusominaisuudet määräävä RLC-resonaattori

Ilmaistaan kondensaattorin arvo resonanssitaajuuden ωn ja Q-arvon sekä Q-arvon määräävän vastuksen Rq avulla:

$C := \dfrac{1}{\omega n \cdot Rq \cdot Q}$

$$\frac{1}{\omega n\, Rq\, Q} \tag{6.1}$$

Kela voidaan laskea resonanssitaajuuden ja kondensaattorin avulla:

$L := \dfrac{1}{\omega n^2\, C}$

$$\frac{Rq\, Q}{\omega n} \tag{6.2}$$

Taajuusominaisuudet määräävä impedanssi Zg on siis:

$Zg := Rq + \dfrac{1}{s \cdot C} + s \cdot L$

$$Rq + \frac{\omega n\, Rq\, Q}{s} + \frac{s\, Rq\, Q}{\omega n} \tag{6.3}$$

Siirtofunktio

Operaatiovahvistin vahvistaa tulonapojen välisen jännitteen avoimen silmukan vahvistuksella G, tämän perusteella voidaan ratkaista lähtöjännite:

$solve(Uo = (Up - Un) \cdot G, Uo)$

$$\begin{aligned}&\Big(Ui\, Rw\, \big(w\, s\, \omega n\, Ra + s\, \omega n\, w\, Rw - s\, \omega n\, w^2\, Rw + Rq\, s\, \omega n + \omega n^2\, Rq\, Q + s^2\, Rq\, Q\big)\, G\Big) \Big/ \big(s\, \omega n\, Ra^2 \\ &\quad + Ra\, s\, \omega n\, Rw + 2\, Rq\, s\, \omega n\, Ra + 2\, Rq\, \omega n^2\, Q\, Ra + 2\, Rq\, s^2\, Q\, Ra + w\, Rw^2\, s\, \omega n - w^2\, Rw^2\, s\, \omega n \\ &\quad + Rq\, s\, \omega n\, Rw + Rq\, \omega n^2\, Q\, Rw + Rq\, s^2\, Q\, Rw + Rw\, G\, s\, \omega n\, Ra + Rw^2\, G\, s\, \omega n\, w\end{aligned} \tag{7.1}$$

$$+ Rw\, G\, Rq\, s\, \omega n + Rw\, G\, \omega n^2\, Rq\, Q + Rw\, G\, s^2\, Rq\, Q - Rw\, G\, w\, s\, \omega n\, Ra - Rw^2\, G\, s\, \omega n\, w^2\big)$$

Idealisoidaan ottamalla lähtöjännitteen raja-arvo kun G lähestyy ääretöntä:

$limit(\mathbf{(7.1)}, G=\infty)$

$$\frac{\left(w\, s\, \omega n\, Ra + s\, \omega n\, w\, Rw - s\, \omega n\, w^2\, Rw + Rq\, s\, \omega n + \omega n^2\, Rq\, Q + s^2\, Rq\, Q\right) Ui}{Ra\, s\, \omega n + s\, \omega n\, w\, Rw + Rq\, s\, \omega n + \omega n^2\, Rq\, Q + s^2\, Rq\, Q - w\, s\, \omega n\, Ra - s\, \omega n\, w^2\, Rw} \tag{7.2}$$

$collect\left(simplify\left(\frac{\mathbf{(7.2)}}{Ui}\right), s\right)$

$$\frac{s^2\, Rq\, Q + \left(\omega n\, w\, Rw - \omega n\, w^2\, Rw + Rq\, \omega n + w\, \omega n\, Ra\right) s + \omega n^2\, Rq\, Q}{s^2\, Rq\, Q + \left(Ra\, \omega n + \omega n\, w\, Rw + Rq\, \omega n - w\, \omega n\, Ra - \omega n\, w^2\, Rw\right) s + \omega n^2\, Rq\, Q} \tag{7.3}$$

$H := s \rightarrow \mathbf{(7.3)}$

$$s \rightarrow \frac{s^2\, Rq\, Q + \left(\omega n\, w\, Rw - \omega n\, w^2\, Rw + Rq\, \omega n + w\, \omega n\, Ra\right) s + \omega n^2\, Rq\, Q}{s^2\, Rq\, Q + \left(Ra\, \omega n + \omega n\, w\, Rw + Rq\, \omega n - w\, \omega n\, Ra - \omega n\, w^2\, Rw\right) s + \omega n^2\, Rq\, Q} \tag{7.4}$$

Siirtofunktio joissain erikoistapauksissa

Vahvistus ominaistaajuudella (s=jωn) kun potikka positiivisessa äärilaidassa (w=1):

$simplify(subs(s = I\cdot \omega n, w = 1, H(s)))$

$$\frac{Rq + Ra}{Rq} \tag{8.1}$$

Vahvistus ominaistaajuudella (s=jωn) kun potikka negatiivisessa äärilaidassa (w=0):

$simplify(subs(s = I\cdot \omega n, w = 0, H(s)))$

$$\frac{Rq}{Rq + Ra} \tag{8.2}$$

Vahvistus ominaistaajuudella (s=jωn) kun potikka keskiasennossaan (w=1/2):

$simplify\left(subs\left(s = I\cdot \omega n, w = \frac{1}{2}, H(s)\right)\right)$

$$1 \tag{8.3}$$

Yksinkertaistettu siirtofunktio kun w=0 tai w=1:

$collect(subs(w = 0, H(s)), s)$

$$\frac{s^2\, Rq\, Q + Rq\, s\, \omega n + \omega n^2\, Rq\, Q}{s^2\, Rq\, Q + \left(Rq\, \omega n + Ra\, \omega n\right) s + \omega n^2\, Rq\, Q} \tag{8.4}$$

$collect(subs(w = 1, H(s)), s)$

$$\frac{s^2\, Rq\, Q + \left(Rq\, \omega n + Ra\, \omega n\right) s + \omega n^2\, Rq\, Q}{s^2\, Rq\, Q + Rq\, s\, \omega n + \omega n^2\, Rq\, Q} \tag{8.5}$$

Havaitaan siirtofunktion osoittajan ja nimittäjän vaihtavan paikkaansa kun w muuttuu nollasta yhteen tai toisinpäin.Tämä on helppo mieltää siten, että samanlaiset vastakkaiset korjaukset kumoavat toisensa, jolloin siirtofunktio on 1.

Siirtofunktio vahvistuksen avulla

Jaetaan siirtofunktion osoittaja ja nimittäjä Rq:lla:

$$\frac{expand\left(\frac{numer(\mathbf{(8.4)})}{Rq}\right)}{expand\left(\frac{denom(\mathbf{(8.4)})}{Rq}\right)}$$

$$\frac{s\,\omega n + \omega n^2\,Q + s^2\,Q}{s^2\,Q + s\,\omega n + \frac{Ra\,s\,\omega n}{Rq} + \omega n^2\,Q} \tag{9.1}$$

Merkitään suhdetta Ra/Rq = G-1:

$$algsubs\left(\frac{Ra}{Rq} = G - 1, \mathbf{(9.1)}\right)$$

$$\frac{s\,\omega n + \omega n^2\,Q + s^2\,Q}{s^2\,Q + s\,\omega n\,G + \omega n^2\,Q} \tag{9.2}$$

$$\frac{expand\left(\frac{numer(\mathbf{(8.5)})}{Rq}\right)}{expand\left(\frac{denom(\mathbf{(8.5)})}{Rq}\right)}$$

$$\frac{s^2\,Q + s\,\omega n + \frac{Ra\,s\,\omega n}{Rq} + \omega n^2\,Q}{s\,\omega n + \omega n^2\,Q + s^2\,Q} \tag{9.3}$$

$$algsubs\left(\frac{Ra}{Rq} = G - 1, \mathbf{(9.3)}\right)$$

$$\frac{s^2\,Q + s\,\omega n\,G + \omega n^2\,Q}{s\,\omega n + \omega n^2\,Q + s^2\,Q} \tag{9.4}$$

Navat ja nollat

$$solve(denom(\mathbf{(9.2)}) = 0, s)$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{\left(-G + \sqrt{G^2 - 4\,Q^2}\right)\omega n}{Q}, -\frac{1}{2}\,\frac{\left(G + \sqrt{G^2 - 4\,Q^2}\right)\omega n}{Q} \tag{10.1}$$

$$solve(numer(\mathbf{(9.2)}) = 0, s)$$

$$\frac{1}{2}\,\frac{\left(-1 + \sqrt{1 - 4\,Q^2}\right)\omega n}{Q}, -\frac{1}{2}\,\frac{\left(1 + \sqrt{1 - 4\,Q^2}\right)\omega n}{Q} \tag{10.2}$$